

直播用户行为的马尔科夫链建模

运用数学方法分析用户打赏行为规律,优化转化路径

直播用户行为的马尔科夫链建模

运用数学方法分析用户打赏行为规律,优化转化路径

问题背景

头部主播"小雪"的观察发现

粉丝打赏行为存在明显规律:用户会在围观、互动、小额打赏、大额打赏四种状态间转换,且下一步行为只与当前状态相关。她希望用数学方法分析评估有多少大哥(大赏),如何孵化大哥。

行为链假设与分析目标

行为链假设

用户行为遵循四阶段路径:

围观(S_1) → 互动(S_2) → 小额打赏(S_3) → 大额打赏(S_4)

假设行为转移满足**马尔科夫性**:下一步行为仅依赖当前状态。

分析目标

- 长期结构**:求稳态分布 π ,刻画用户在各状态的长期占比
- 最终转化**:将 S_4 (大额打赏)视为吸收状态,计算吸收概率 B 和平均吸收步数 t
- 路径机制**:通过基本矩阵 $N=(I-Q)^{-1}$,理解用户在转化前的路径特征

马尔科夫链模型构建

状态定义

- S₁:围观状态
- S₂:互动状态
- S₃:小额打赏状态
- S₄:大额打赏状态(后续可设为吸收态)

马尔科夫性质

无记忆性:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i, X_{n-1}, \dots) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$$

转移概率矩阵

一步转移矩阵P(行和为1):

$$P = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.25 & 0.04 & 0.01 \\ 0.3 & 0.5 & 0.18 & 0.02 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}$$

每行表示从当前状态转向其他状态的概率。

稳态分布分析

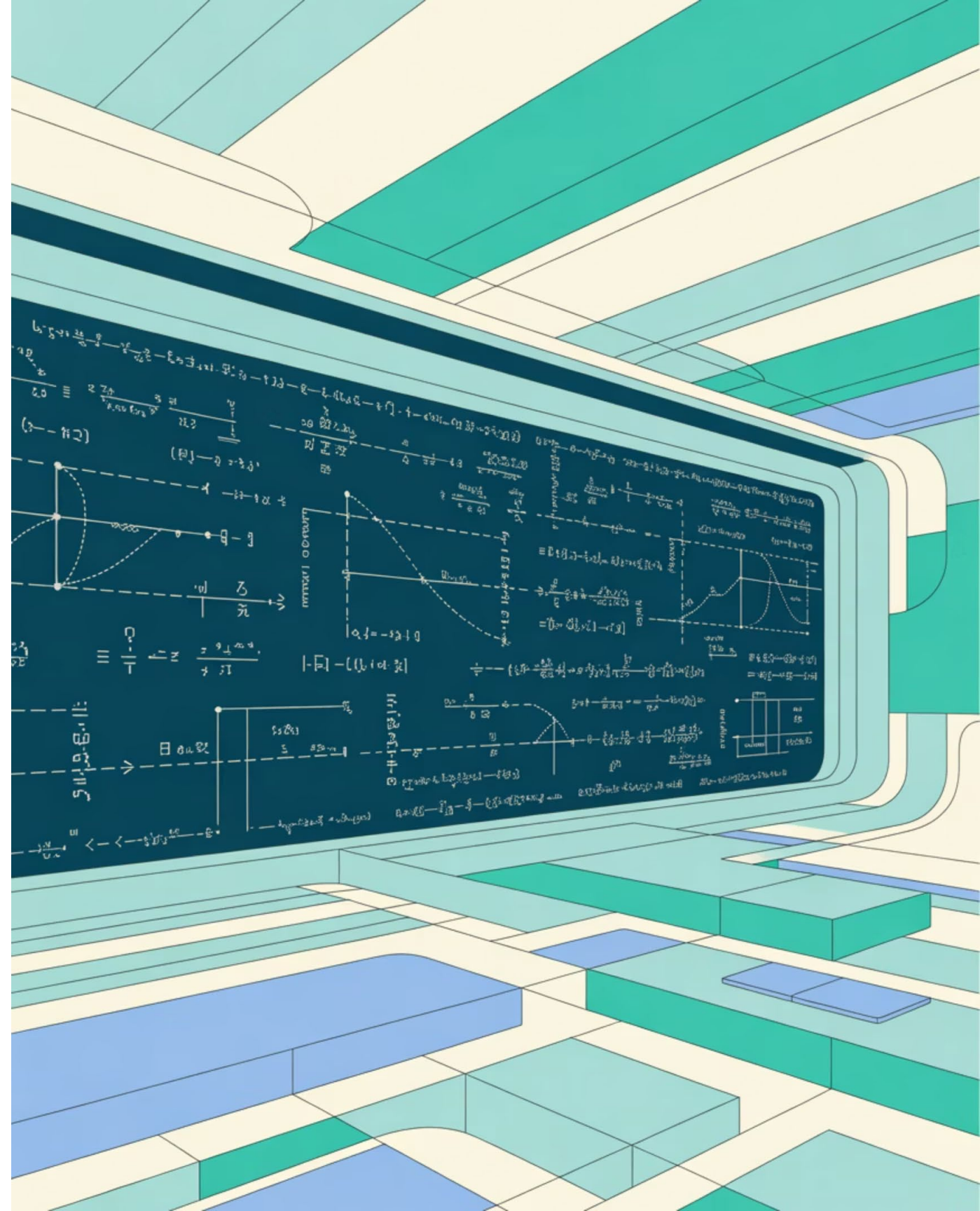
长期行为预测

稳态分布 $\pi=[\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4]$ 满足:

$$\pi = \pi P, \quad \sum_{i=1}^4 \pi_i = 1$$

等价于求解:

$$(I - P)\pi = 0, \quad \mathbf{1}^T \pi = 1$$



增广方程构造与求解

用归一化条件替换最后一行:

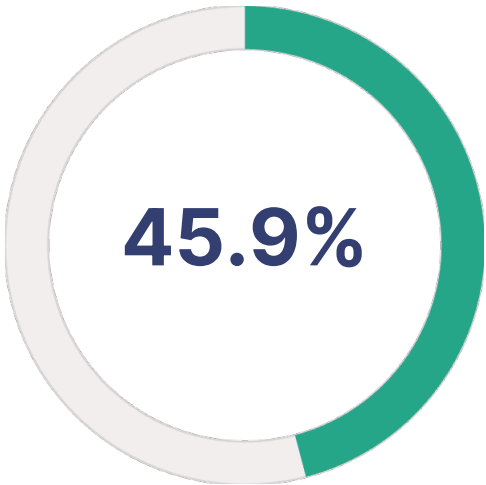
$$\begin{bmatrix} 0.3 & -0.3 & -0.2 & -0.1 \\ -0.25 & 0.5 & -0.3 & -0.2 \\ -0.04 & -0.18 & 0.6 & -0.3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

□ 通过高斯消元与回代,得到稳态分布:

$$\pi = [0.459161, 0.340692, 0.155261, 0.044886]$$

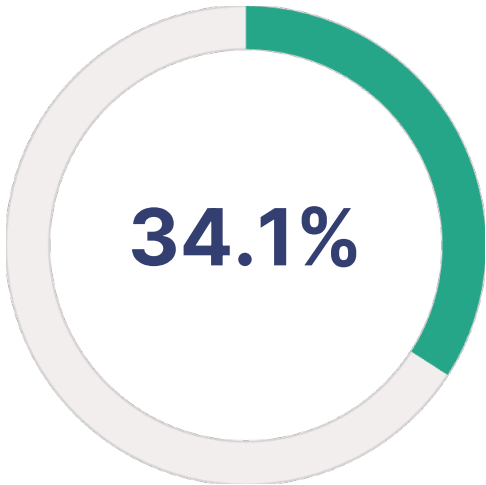
稳态分布解读

长期来看,用户状态分布:



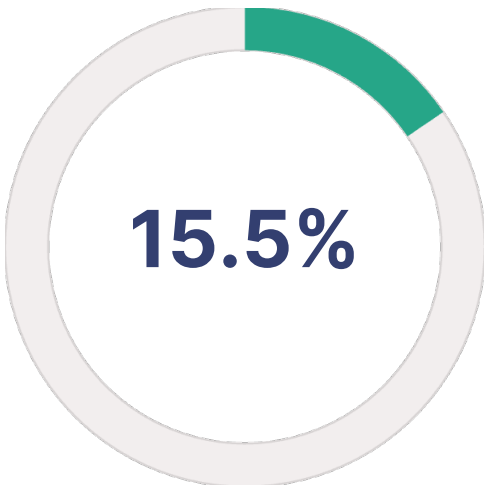
围观状态

用户处于观望阶段



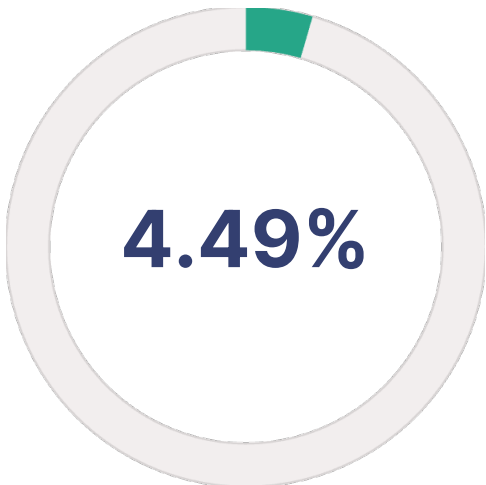
互动状态

用户开始参与互动



小额打赏

用户进行小额消费



大额打赏

用户成为核心付费用户

吸收态模型重构

将S₄设为**吸收状态**,重排转移矩阵为分块形式:

$$P' = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

瞬时状态子矩阵Q

$$Q = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.25 & 0.04 \\ 0.3 & 0.5 & 0.18 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}$$

吸收概率向量R

$$R = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.02 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

基本矩阵N的计算与含义

定义:

$$N = (I - Q)^{-1}$$

含义: N_{ij} 表示从状态*i*出发,在被吸收前平均访问状态*j*的次数。

❏ 数值结果:

$$N = \begin{bmatrix} 20.163934 & 13.278689 & 5.327869 \\ 17.704918 & 14.098361 & 5.409836 \\ 15.573770 & 11.475410 & 6.147541 \end{bmatrix}$$

吸收概率B的求解

理论公式

$$B = NR$$

等价于

$$(I - Q)B = R$$

高斯消元求解结果

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

从**任何瞬时状态**(围观、互动、小额打赏)出发,最终进入大额打赏的概率均为100%

平均吸收时间t

理论公式:

$$t = Ne, \quad e = [1, 1, 1] \quad \text{等价于} \quad (I - Q)t = e$$

39

从围观出发

平均需要**39步**才能转化为大额打赏

37

从互动出发

平均需要**37步**转化

33

从小额打赏出发

平均需要**33步**转化

求解结果:t=[38.770492, 37.213115, 33.196721]T

核心概念总结

概念	定义	业务意义
转移矩阵P	状态间一步转移概率	描述用户行为流转规律
稳态分布 π	$\pi = \pi P$	长期用户结构分布
吸收概率B	$B = NR$	最终转化可能性(本例为100%)
基本矩阵N	$(I-Q)^{-1}$	转化前路径复杂度
平均吸收时间t	$t = Ne$	转化效率(时间成本)

运营启示与优化建议

1

围观状态(S₁)优化

现状:占比最高(45.9%),转化最慢(≈39步)

策略:内容陪伴体系、日常任务系统、签到成长机制

目标:降低"停留惯性",加速进入互动

2

互动状态(S₂)优化

现状:占比34.1%,转化周期≈37步

策略:互动积分→勋章→权益闭环、社交认同激励

目标:推动向小额打赏转化

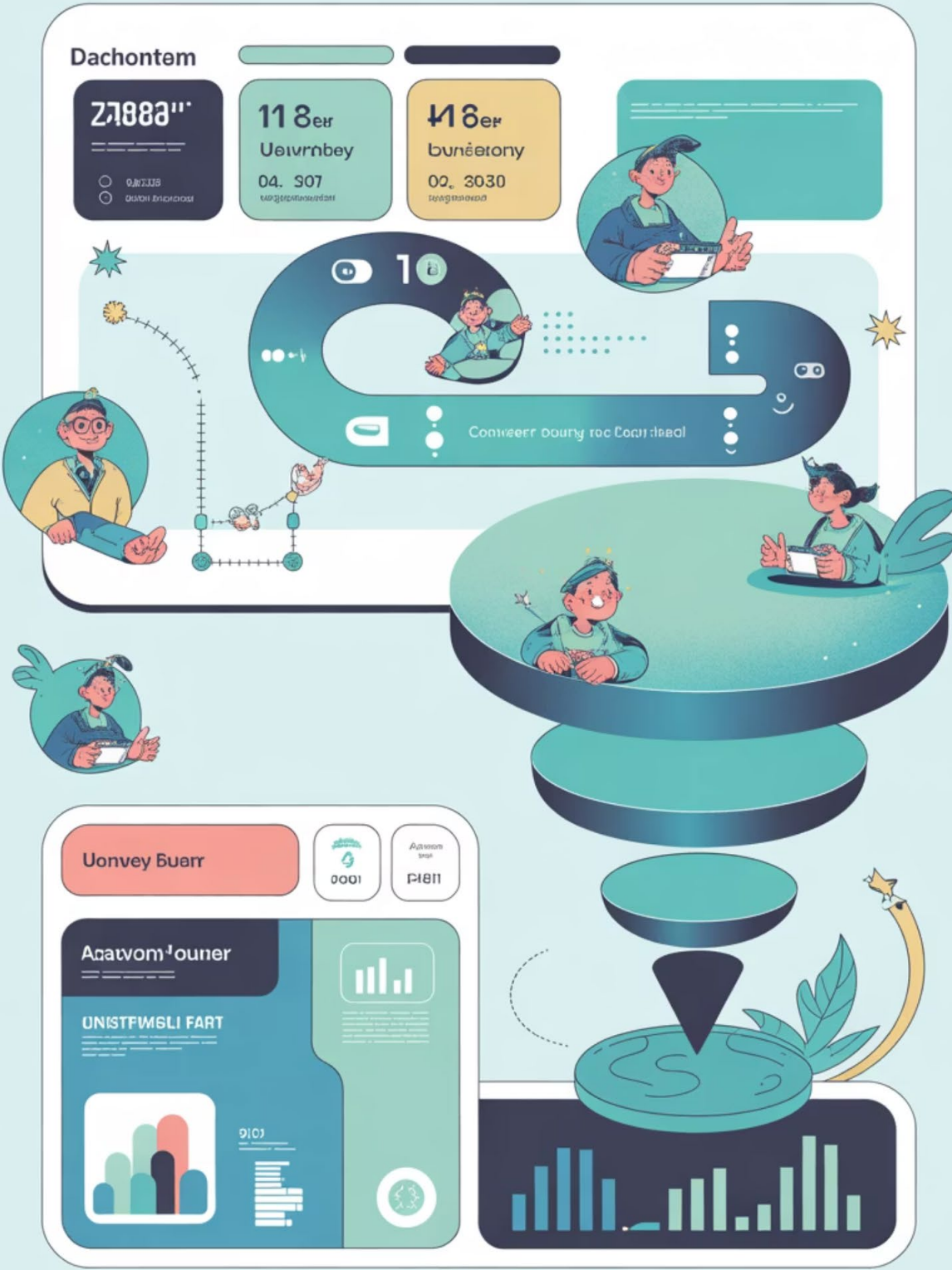
3

小额打赏状态(S₃)优化

现状:最接近转化(仅需33步)

策略:连击返利、限时加成、阶梯特权解锁

目标:催化跃迁至大额打赏



整体转化优化策略

理论基础

$B=1$, 表明只要持续触达, 终将转化

关键挑战

时间成本高(t 值大)

优化方向

1. 缩短平均转化时间 t
2. 提升单位时间内的状态跃迁概率(优化 P 中的转移系数)
3. 针对不同状态设计差异化干预策略

数据驱动精准运营

马尔科夫链模型助力直播转化优化

通过数学建模深入理解用户行为规律,制定科学的运营策略,实现从围观到大额打赏的高效转化